4. Aritmetická posloupnost

př. $(2n)_{n=1}^{\infty}$ $\quad 2 \xrightarrow{+2} 4 \rightarrow 6 \xrightarrow{+2} 8 \rightarrow 10 \ldots$

$a_1 \; a_2 \; a_3 \; a_4 \; a_5$

- platí: $a_2 = a_1 + 2 \Rightarrow a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \ldots = 2 = d \ldots$ DIFERENCE (rozdíl)

  $a_3 = a_2 + 2$

  $\vdots$

  OBECNĚ: $d = a_{n+1} - a_n$

  $a_{n+1} = a_n + d \Rightarrow$ ARITMETICKÁ POSLOUPNOST

- vyj. n-tého členu pomocí a_1, d

  $a_2 = a_1 + d$

  $a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$

  $a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$

  $a_4 = a_1 + (4-1)d$

  $\vdots$

  $\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$

- vyj. členu a_7 pomocí a_3

  $a_7 = a_1 + 6d = a_1 + 2d + 4d = a_3 + 4d = a_3 + (7-3)d$

  $\Rightarrow a_r = a_s + (r-s)d$

- součet prvních 5ti členů

  $s_5 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10$

  $s_5 = 10 + 8 + 6 + 4 + 2$ $\quad (+)$

  $2s_5 = 5(2+10) \quad /:2$

  $s_5 = \frac{5}{2}(2+10) \Rightarrow s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

- prostřední člen

  $a_3 = 6,\ a_5 = 10 \Rightarrow a_4 = \frac{6+10}{2} = 8 \Rightarrow a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

DEF.

ARITMETICKOU POSLOUPNOSTÍ nazýváme posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty} \Leftrightarrow$ existuje takové reálné číslo $\underline{d}$ ($d \in R$), že pro $\forall n \in N$ platí:

$a_{n+1} = a_n + d$ (DEFINIČNÍ VZOREC)

Číslo $\underline{d}$ nazýváme DIFERENCE (rozdíl) $\quad d = a_{n+1} - a_n$

VĚTY

V aritmetické posloupnosti platí

1. $\forall n \in N$: $a_n = a_1 + (n-1)d$ — VZOREC PRO N-TÝ ČLEN — př. $a_5 = a_1 + (5-1)d$, $a_5 = a_1 + 4d$

2. $\forall r, s \in N$: $a_r = a_s + (r-s)d$ — VZOREC PRO LIBOV. 2 ČLENY — př. $a_8 = a_3 + (8-3)d$, $a_8 = a_3 + 5d$

3. $\forall n \in N - \{1\}$: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ — VZOREC PRO PROSTŘEDNÍ ČLEN — př. $a_6 = \frac{a_5 + a_7}{2}$

4. $\forall n \in N$: $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ — VZOREC PRO SOUČET PRVNÍCH N ČLENŮ — př. $s_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5)$

   kde $s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

Příklady

① Dokažte, že $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_n = 2n-4$, je aritmetická, určete d.

zk. diferenci $d \in R$

$d = a_{n+1} - a_n = 2(n+1) - 4 - (2n-4) = 2n+2-4-2n+4$

$d = 2$ => $\exists d \in R, d = 2$ => ARIT. POST

② Rozhodněte, zda čísla jsou členy arit. posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_1 = -10$, $d = 4{,}5$.

člen $a_n = a_1 + (n-1)d$

a) číslo 100

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$100 = -10 + (n-1)\cdot 4{,}5$

$110 = 4{,}5n - 4{,}5$

$114{,}5 = 4{,}5n$

$n = 25{,}4 \notin N$ číslo 100 NENÍ člen AP

b) číslo 71

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$71 = -10 + (n-1)\cdot 4{,}5$

$81 = 4{,}5n - 4{,}5$

$85{,}5 = 4{,}5n$

$n = 19 \in N$ číslo 71 JE členem AP

③ V arit. posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ jsou dány členy $a_3 = 5$, $a_8 = 15$. Určete a_1, d, a_{17}

1. zp. s využ. $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_3 = a_1 + (3-1)d$

$a_8 = a_1 + (8-1)d$

$a_3 = a_1 + 2d$

$a_8 = a_1 + 7d$

$$\left.\begin{array}{l} 5 = a_1 + 2d \\ 15 = a_1 + 7d \end{array}\right\} ② - ①$$

$10 = 5d$

$d = 2$

$a_1 = 5 - 2d$

$a_1 = 5 - 4 = 1$

$a_{17} = a_1 + 16d = 1 + 16\cdot 2 = 33$

2. zp. s využ. $a_r = a_s + (r-s)d$

$a_8 = a_3 + (8-3)d$

$15 = 5 + 5d$

$10 = 5d$

$d = 2$

$a_3 = a_1 + 2d$ [nebo $a_8 = a_1 + 7d$]

$a_1 = a_3 - 2d$

$a_1 = 5 - 2\cdot 2$

$a_1 = 1$

$a_{17} = a_1 + 16d = 1 + 16\cdot 2 = 33$

④ V AP

a) $a_1 = 4$, $d = -1$, $a_2 = ?$, $a_3 = ?$, $a_8 = ?$

$a_2 = a_1 + d = 4 - 1 = 3$

$a_3 = a_1 + 2d = 4 + 2\cdot(-1) = 2$

[nebo $a_3 = a_2 + d = 3 + (-1) = 2$]

$a_8 = a_1 + 7d = 4 + 7\cdot(-1) = -3$

b) $a_1 = 0{,}5$ $a_4 = 9{,}5$ $a_2 = ?$ $a_8 = ?$ $d = ?$

$a_4 = a_1 + 3d$

$9{,}5 = 0{,}5 + 3d$

$3d = 9$

$d = 3$

$a_2 = a_1 + d$

$a_2 = 0{,}5 + 3 = 3{,}5$

$a_8 = a_1 + 7d$

$a_8 = 0{,}5 + 7\cdot 3$

$a_8 = 21{,}5$

⑤ Určете součet

a) prvních 100 členů posloupnosti $(n)_{n=1}^{\infty}$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad 100$
$a_1 \qquad a_{100} \qquad n = 100$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_{100})$

$s_{100} = \frac{100}{2}(1 + 100)$

$s_{100} = 50 \cdot 101$

$s_{100} = 5050$

POZN.
matematik Gauss, když byl malý, měl tento součet vypočítat – dokázal IHNED

$s_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots \overset{50 \mid 51}{} \dots + 97 + 98 + 99 + 100$ (101, 101, 101)

$s_{100} = 50 \cdot 101 = 5050$

[NEBO $s_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$
$s_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 2 + 1$ } ⊕
$2s_{100} = 100 \cdot 101$
$s_{100} = \frac{100 \cdot 101}{2} = 50 \cdot 101$]

b) všech sudých trojciferných přiroz. čísel

$100 + 102 + 104 + \dots + 998$
$a_1 \quad \xrightarrow{+2} \Rightarrow d = 2 \qquad a_n \ (?n)$

AP: $d = 2$, $a_1 = 100$, $a_n = 998$, $s_n = ?$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow n$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$998 = 100 + (n-1) \cdot 2$
$898 = 2n - 2$
$2n = 900$
$n = 450$

$s_{450} = \frac{450}{2}(100 + 998)$

$s_{450} = 225 \cdot 1098$

$s_{450} = 247\,050$

c) všech dvojciferných přir. čísel

DÚ

$10 + 11 + \dots + 99$
$\xrightarrow{+1}$

AP: $d = 1$, $a_1 = 10$, $a_n = 99$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$99 = 10 + (n-1)1$
$99 = 10 + n - 1$
$n = 90$

[POZOR NA URČ. n ZPAMĚTI
– kdyby $a_1 = 10$, $a_2 = 11, \dots, a_n = 100$
$\Rightarrow n = 91$
$\Rightarrow$ LÉPE VYPOČÍTAT]

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$s_{90} = \frac{90}{2}(10 + 99) = 45 \cdot 109 = 4905$

⑥ O kolik je větší součet prvních 100 přirozených čísel sudých než součet prvních 100 přirozených čísel lichých? Určete i oba součty.

DÚ

SUDÁ: $2 \quad 4 \quad 6 \quad \dots \quad \square$
$a_1 \quad a_2 \qquad a_{100}$

AP: $a_1 = 2$, $d = 2$, $s_{100} = ?$

$s_{100} = \frac{100}{2}(2 + 200) \rightarrow a_{100} = 2 + 99 \cdot 2$

$a_{100} = a_1 + 99d$

$a_{100} = 200$

$s_{100} = 50 \cdot 202$

$s_{100} = 10\,100$

LICHÁ: $1 \quad 3 \quad 5 \quad \dots \quad \square$
$b_1 \xrightarrow{+2} \qquad b_{100}$

AP: $b_1 = 1$, $d = 2$, $s'_{100} = ?$

$s'_{100} = \frac{100}{2}(1 + 199) \rightarrow b_{100} = b_1 + 99d$

$b_{100} = 1 + 99 \cdot 2$

$b_{100} = 199$

$s'_{100} = 50 \cdot 200$

$s'_{100} = 10\,000$

$\Delta s = s_{100} - s'_{100} = 10\,100 - 10\,000 = 100$

⑦ v AP

URČÍME-LI a_1, d -> vypočítáme cokoliv

a) $a_5 = 7$, $a_9 = 11$, $a_1 = ?$, $d = ?$, $s_{13} = ?$

1. způs. urč. a_1, d z $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_5 = a_1 + 4d$
$a_9 = a_1 + 8d$

$7 = a_1 + 4d$
$11 = a_1 + 8d$ } ② − ①

$4 = 4d$
$d = 1$

$a_1 = 7 - 4d$
$a_1 = 3$

2. způs. urč. a_1, d $a_r = a_s + (r-s)d$

$a_9 = a_5 + (9-5)d$
$11 = 7 + 4d$
$4d = 4$
$\underline{d = 1}$

ⓐ $a_5 = a_1 + 4d$
$7 = a_1 + 4$
$\underline{a_1 = 3}$

[nebo $a_9 = a_1 + 8d$]

[pro s_{13} potř. a_{13}]

$a_{13} = a_1 + 12d = 3 + 12 \cdot 1 = 15$

$s_{13} = \frac{13}{2}(a_1 + a_{13})$

$s_{13} = \frac{13}{2}(3 + 15) = \frac{13}{2} \cdot 18 = 13 \cdot 9 = \underline{117}$

b) DÚ $a_5 = 6$, $d = 2$, $a_1 = ?$, $s_8 = ?$ [pro s_8 potř. $a_1\ a_8$]

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_5 = a_1 + (5-1) \cdot 2$
$6 = a_1 + 8$
$\underline{a_1 = -2}$

$a_8 = a_1 + 7d$
$a_8 = -2 + 7 \cdot 2$
$a_8 = 12$

$s_8 = \frac{8}{2}(a_1 + a_8)$
$s_8 = 4(-2 + 12)$
$\underline{s_8 = 40}$

c) DÚ $a_4 = 7$, $a_8 = -1$, $s_{12} = ?$ [pro s_{12} potř. $a_1\ a_{12}$]

1. způs. (a_1, d)

$a_4 = a_1 + 3d$
$a_8 = a_1 + 7d$

$7 = a_1 + 3d$
$-1 = a_1 + 7d$ } ② − ①

$-8 = 4d$
$\underline{d = -2}$

$a_1 = 7 - 3d$
$a_1 = 7 - 3 \cdot (-2)$
$\underline{a_1 = 13}$

2. způs. (a_1, d)

$a_8 = a_4 + (8-4)d$
$-1 = 7 + 4d$
$-8 = 4d$
$\underline{d = -2}$

$a_4 = a_1 + 3d$
$7 = a_1 - 6$
$\underline{a_1 = 13}$

urč. a_{12}, s_{12}

$a_{12} = a_1 + 11d$
$a_{12} = 13 + 11 \cdot (-2)$
$a_{12} = 13 - 22 = \underline{-9}$

$s_{12} = \frac{12}{2}(13 + (-9))$
$s_{12} = 6 \cdot 4$
$\underline{s_{12} = 24}$

⑧ Urči AP, tj. a_1, d

DÚ a) $a_1 + a_4 = 1$
$a_2 - a_6 = -8$ vyj. pomocí a_1, d

$a_1 + a_1 + 3d = 1$
$a_1 + d - (a_1 + 5d) = -8$

$2a_1 + 3d = 1$
$-4d = -8 \Rightarrow \underline{d = 2}$

$2a_1 + 6 = 1$
$2a_1 = -5$
$a_1 = -\frac{5}{2}$ $(= -2{,}5)$

$\underline{AP: a_1 = -2{,}5 \quad d = 2}$

b) $a_4 + a_5 = 4 \Rightarrow$ 1. zp. $a_4 = 4 - a_5$ (*)

$\underline{a_4 \cdot a_5 = -5}$

v obou rovnicích stejné členy – není výhodné přes a_1, d

$(4-a_5)\cdot a_5 = -5$

$4a_5 - a_5^2 = -5$

$a_5^2 - 4a_5 - 5 = 0$

$(a_5-5)(a_5+1) = 0$

$a_5 = 5$ x (*)	$a_5 = -1$
$a_4 = 4-5$	$a_4 = 4-(-1)$
$a_4 = -1$	$a_4 = 5$
$d = a_5 - a_4$	$d = a_5 - a_4$
$d = 5-(-1)$	$d = -1-5$
$d = 6$	$d = -6$
$a_4 = a_1 + 3d$	$a_4 = a_1 + 3d$
$a_1 = a_4 - 3d$	$a_1 = a_4 - 3d$
$a_1 = -1 - 3\cdot 6$	$a_1 = 5 - 3\cdot(-6)$
$a_1 = -19$	$a_1 = 23$
AP1: $a_1 = -19$, $d = 6$	AP2: $a_1 = 23$, $d = -6$

2. zp. přes a_1, d – složitější

DÚ

$a_4 + a_5 = 4$

$\underline{a_4 \cdot a_5 = -5}$

$a_1 + 3d + a_1 + 4d = 4$

$\underline{(a_1+3d)\cdot(a_1+4d) = -5}$

$2a_1 + 7d = 4 \Rightarrow a_1 = \frac{4-7d}{2}$ (**)

$\underline{a_1^2 + 4a_1 d + 3a_1 d + 12d^2 = -5}$

$a_1^2 + 7a_1 d + 12d^2 = -5$

$\left(\frac{4-7d}{2}\right)^2 + 7\cdot\frac{4-7d}{2}\cdot \overset{!}{d} + 12d^2 = -5$

$\frac{16-56d+49d^2}{4} + \frac{28d-49d^2}{2} + 12d^2 = -5 \quad /\cdot 4$

$16 - 56d + 49d^2 + 56d - 98d^2 + 48d^2 = -20$

$-d^2 = -36$

$d^2 = 36$

$|d| = 6$

$d_{1,2} = \pm 6$

$d = 6$ x (**)	$d = -6$
$a_1 = \frac{4-7\cdot(-6)}{2} = \frac{46}{2}$	$a_1 = \frac{4-7\cdot 6}{2}$
$a_1 = 23$	$a_1 = -\frac{38}{2} = -19$

c) DÚ $a_1 + a_4 + a_6 = 71$

$\underline{a_5 - a_2 - a_3 = 2}$

$a_1 + a_1 + 3d + a_1 + 5d = 71$

$\underline{a_1 + 4d - (a_1 + d) - (a_1 + 2d) = 2}$

$3a_1 + 8d = 71$

$\underline{-a_1 + d = 2} \quad /\cdot 3$ (+)

$11d = 77$

$d = 7$

$a_1 = d - 2$

$a_1 = 5$

– dále určete s_{20}

$s_{20} = \frac{20}{2}(a_1 + a_{20})$

$s_{20} = 10(5+138)$

$s_{20} = 1430$

$a_{20} = a_1 + 19d$

$a_{20} = 5 + 19\cdot 7$

$a_{20} = 5 + 133$

$a_{20} = 138$

– dále určete

! kolik členů dává součet 182

$s_n = 182 \quad n = ?$

$182 = \frac{n}{2}(5 + a_n)$

$182 = \frac{n}{2}(5 + 7n - 2)$

$364 = n(3 + 7n)$

$364 = 3n + 7n^2$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 5 + (n-1)\cdot 7$

$a_n = 5 + 7n - 7$

$a_n = 7n - 2$

$7n^2 + 3n - 364 = 0$

$n_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4\cdot 7\cdot 364}}{14} =$

$= \frac{-3 \pm \sqrt{10201}}{14} = \frac{-3 \pm 101}{14}$

$= \frac{-3+101}{14} = \frac{98}{14} = 7 \in N$

$ \frac{-3-101}{14} = \frac{-104}{14} \notin N$

7 členů dává součet 182

⑨ mezi čísla 3 a 4,1 vložte 3 taková čísla, aby spolu s danými čísly tvořila prvních 5 členů aritmetické posloupnosti.
! DÚ

$$\underset{a_1}{3} \to \cdot \xrightarrow{+d} \cdot \to \cdot \to \underset{a_5}{4{,}1}$$

1. zp. → LOGICKY $\quad d = \frac{4{,}1-3}{4} = \frac{1{,}1}{4} = 0{,}275$

2. zp.
$a_5 = a_1 + 4d$
$4{,}1 = 3 + 4d$
$4d = 1{,}1$
$d = 0{,}275$

$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = 3 + 0{,}275 = \underset{\sim}{3{,}275}$
$a_3 = a_1 + 2d$ (nebo $a_2 + d$)
$= 3 + 2 \cdot 0{,}275 = \underset{\sim}{3{,}55}$
$a_4 = a_1 + 3d$ (nebo $a_3 + d$)
$= 3{,}55 + 0{,}275 = 3{,}825$

⑩ mezi čísla $a_1 = -4$ a $a_n = 8$ vložte tolik členů AP, aby $s_n = 14$. Určete n, d.
! DÚ

$\underset{a_1}{-4}$ .... $\underset{a_n}{8}$

$a_1 = -4$
$a_n = 8$
$s_n = 14$
$n, d = ?$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
$14 = \frac{n}{2}(-4+8)$
$28 = n \cdot 4$
$n = 7$
(vložíme 5 členů)

$\underset{-4}{a_1} \to \cdot \to \cdot \to \cdot \to \cdot \to \cdot \to \underset{8}{a_7}$

1. zp. $6d = 8-(-4)$
$6d = 12$
$d = 2$

2. zp. $a_7 = a_1 + 6d$
$8 = -4 + 6d$
$12 = 6d$
$d = 2$

potom $a_2 = a_1 + d = -4 + 2 = \underset{\sim}{-2}$
$a_3 = a_2 + d = -2 + 2 = \underset{\sim}{0}$
$a_4 = a_3 + d = 0 + 2 = \underset{\sim}{2}$
$a_5 = a_4 + d = 2 + 2 = \underset{\sim}{4}$
$a_6 = a_5 + d = 4 + 2 = \underset{\sim}{6}$

⑪ Existuje konvexní n-úhelník, jehož nejmenší vnitřní úhel má velikost 126° a každý následující je o 4° větší než předchozí? $[s_{\measuredangle} = (n-2) \cdot 180°$ (*)$]$
! DÚ

$a_1 = 126$
$d = 4$

$a_{n+1} = a_n + 4 \Rightarrow AP$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_n = 126 + (n-1) \cdot 4$
$a_n = 126 + 4n - 4$
$a_n = 122 + 4n$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
$s_n = \frac{n}{2}(126 + 122 + 4n)$
$s_n = \frac{n}{2}(248 + 4n)$
$s_n = n(124 + 2n)$
z (*) $s_n = (n-2) \cdot 180$

$n(124 + 2n) = (n-2) \cdot 180$
$124n + 2n^2 = 180n - 180$
$62n + n^2 = 90n - 180$
$n^2 - 28n + 180 = 0$
$n_{1,2} = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 180}}{2} = \frac{28 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{28 \pm 8}{2}$

$n_{1,2} = \begin{cases} \frac{28+8}{2} = \frac{36}{2} = 18 \\ \frac{28-8}{2} = 10 \end{cases}$ OVĚŘIT, ZDA MOŽNÉ!

OVĚŘENÍ:
nejmenší vnitřní úhel
$\underset{\sim}{n=10}$ (10-úhelník): $a_{10} = 122 + 4.10 = 162°$ ANO, LZE
$n = 18$ (18-úhelník): $a_{18} = 122 + 4.18 = 194°$ NELZE

(n-úhelník má být konvexní, tj. vnitřní úhly $< 180°$; a_{18} není $< 180°$)

(12) Třetí člen AP je roven 0. Urči s_5.

DÚ

$a_3 = 0$ $\qquad s_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5)$

vyj. a_1, a_5 pomocí a_3

$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 = a_3 - 2d$

$a_5 = a_3 + 2d$

$s_5 = \frac{5}{2}(a_3 - 2d + a_3 + 2d)$

$s_5 = \frac{5}{2} \cdot 2a_3 = 5a_3 = 5 \cdot 0 = 0$

DÚ DŮKAZY VZORCŮ

1. $a_n = a_1 + (n-1)d$

matem. indukcí

1. pro $n = 1$ $\quad a_1 = a_1 + (1-1)d = a_1$ $\qquad V(1)$ pl.

2. $\forall k \in N$: jestliže $a_k = a_1 + (k-1)d$, $\qquad$ předp., že $V(k)$ pl.

pak $a_{k+1} = a_1 + (k+1-1)d = a_1 + kd$ $\qquad$ dok., že $V(k+1)$ pl.

$L = a_{k+1} = \underbrace{a_k + d}_{\text{podle defin. vzorce}} = a_1 + (k-1)d + d = a_1 + kd - d + d = a_1 + kd = P$ cbd.

2. $a_r = a_s + (r-s)d$

$$\left.\begin{array}{l} a_r = a_1 + (r-1)d \\ a_s = a_1 + (s-1)d \end{array}\right\} \ominus$$

$a_r - a_s = (r-1)d - (s-1)d = rd - d - sd + d = rd - sd = (r-s)d$

$a_r - a_s = (r-s)d \quad / + a_s$

$a_r = a_s + (r-s)d$ cbd.

3. $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \quad / \cdot 2$

$2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$

$a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} = a_n + \underbrace{a_n - a_{n-1}}_{\text{z definice } d} = \underbrace{a_n + d}_{\text{platí z definice}}$

4. $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$$\left.\begin{array}{l} s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\ s_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_2 + a_1 \end{array}\right\} \oplus$$

$2s_n = n(a_1 + a_n) \quad / : 2$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

nebo matem. indukcí – obdoba př. (3) č. 1 – důkaz matem. indukcí

$\Rightarrow$ místo $2n$ dát jen n $\Rightarrow s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$